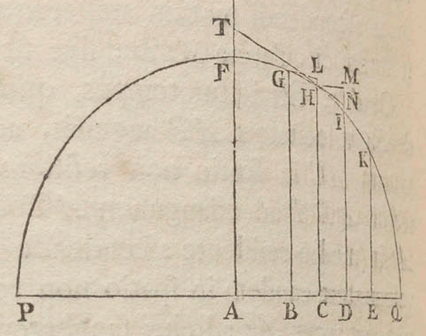
De Motu Corporum

PROPOSITIO X. PROBLEMA III.

Tendat uniformis vis gravitatis directe ad planum horizontis, sitque resistentia ut medii densitas & quadratum velocitatis conjunctim: requiritur tum medii densitas in locis singulis, quæ faciat ut corpus in data quavis linea curva moveatur; tum corporis velocitas & medii resistentia in locis singulis.

Sit PQ planum illud plano schematis perpendiculare; $PFHQ$ linea curva plano huic occurrens in punctis P & Q; G, H, I, K loca quatuor corporis in hac curva ab F ad Q pergentis; & GB, HC, ID, KE ordinatæ quatuor parallelæ ab his punctis ad horizontem demissæ, & lineæ horizontali PQ ad puncta B, C, D, E insistentes; & sint BC, CD, DE distantiæ ordinatarum inter se æquales. A punctis G & H ducantur rectæ GL, HN curvam tangentes in G & H, & ordinatis CH, DI sursum productis occurrentes in L & N, & compleatur parallelogrammum $HCDM$. Et tempora, quibus corpus describit arcus GH, HI, erunt in subduplicata ratione altitudinum LH, NI, quas corpus temporibus illis describere posset, a tangentibus cadendo; & velocitates erunt ut longitudines descriptæ GH, HI directe & tempora inverse. Exponantur tempora per T & t, & velocitates per $\frac{GH}{\mathrm{T}}$ & $\frac{HI}{t}$; & decrementum velocitatis tempore t factum exponetur per $\frac{GH}{\mathrm{T}} - \frac{HI}{t}$. Hoc decrementum oritur a resistentia corpus retardante, & gravitate corpus accelerante. Gravitas, in corpore cadente & spatium NI cadendo describente, generat velocitatem, qua duplum illud spatium eodem tempore describi potuisset, ut *Galilæus* demonstravit; id est, velocitatem $\frac{2NI}{t}$: at in corpore arcum HI describente, auget arcum illum



sola

Liber Secundus.

sola longitudine $HI - HN$ seu $\frac{MI \times NI}{HI}$; ideoque generat tantum velocitatem $\frac{2MI \times NI}{t \times HI}$. Addatur hæc velocitas ad decrementum prædictum, & habebitur decrementum velocitatis ex resistentia sola oriundum, nempe $\frac{GH}{\mathrm{T}} - \frac{HI}{t} + \frac{2MI \times NI}{t \times HI}$. Proindeque cum gravitas eodem tempore in corpore cadente generet velocitatem $\frac{2NI}{t}$; resistentia erit ad gravitatem ut $\frac{GH}{\mathrm{T}} - \frac{HI}{t} + \frac{2MI \times NI}{t \times HI}$ ad $\frac{2NI}{t}$, sive ut $\frac{t \times GH}{\mathrm{T}} - HI + \frac{2MI \times NI}{HI}$ ad $2NI$.

Jam pro abscissis CB, CD, CE scribantur $-o$, o, $2o$. Pro ordinata CH scribatur P, & pro MI scribatur series quælibet $Qo + Roo + So^3 + \&c.$ Et seriei termini omnes post primum, nempe $Roo + So^3 + \&c.$ erunt NI, & ordinatæ DI, EK, & BG erunt $P - Qo - Roo - So^3 - \&c.$ $P - 2Qo - 4Roo - 8So^3 - \&c.$ & $P + Qo - Roo + So^3 - \&c.$ respective. Et quadrando differentias ordinatarum $BG - CH$ & $CH - DI$, & ad quadrata prodeuntia addendo quadrata ipsarum BC, CD, habebuntur arcuum GH, HI quadrata $oo + QQoo - 2QRo^3 + \&c.$ & $oo + QQoo + 2QRo^3 + \&c.$ Quorum radices $o\sqrt{1+QQ} - \frac{QRoo}{\sqrt{1+QQ}}$, & $o\sqrt{1+QQ} + \frac{QRoo}{\sqrt{1+QQ}}$ sunt arcus GH & HI. Præterea si ab ordinata CH subducatur semisumma ordinatarum BG ac DI, & ab ordinata DI subducatur semisumma ordinatarum CH & EK, manebunt arcuum GI & HK sagittæ Roo & $Roo + 3So^3$. Et hæ sunt lineolis LH & NI proportionales, ideoque in duplicata ratione temporum infinite parvorum T & t: & inde ratio $\frac{t}{\mathrm{T}}$ est $\sqrt{\frac{R + 3So}{R}}$ seu $\frac{R + \frac{3}{2}So}{R}$; & $\frac{t \times GH}{\mathrm{T}} - HI + \frac{2MI \times NI}{HI}$, substituendo ipsorum $\frac{t}{\mathrm{T}}$, GH, HI, MI & NI valores jam inventos, evadit $\frac{3Soo}{2R}\sqrt{1+QQ}$. Et cum $2NI$ sit $2Roo$, resi-

stentia